MÉTODOS COMBINATORIOS Y GEOMÉTRICOS EN TEORÍA DE GRUPOS

ORGANIZADA POR: MARTÍN AXEL BLUFSTEIN Y MARÍA CUMPLIDO

Horario

12/12/22, 15h30–16h: Xabier Legaspi Juanatey, *Estabilidad del crecimiento uniforme en algunos grupos de cancelación pequeña.*
12/12/22, 16–16h30: Dominik Francoeur, *On some geometric properties of groups generated by bireversible automata.*
12/12/22, 16h30–17h: Luis Paris, *Grupos de Dyer.*
13/12/22, 15h30–16h: Jordi Delgado, *A tale of intersections.*
13/12/22, 16h–16h30: Jonathan Barmak, *Invariantes para grupos de Burnside y sus metabelianizaciones.*
13/12/22, 16h30–17h: Gabriel Minian, *El problema de asfericidad para presentaciones de LOTs.*

Resúmenes

Jonathan Barmak. *Invariantes para grupos de Burnside y sus metabelianizaciones*
En 1902 Burnside se preguntó si el grupo $B(d,n)$, que se obtiene cocientando el grupo libre de rango d por el subgrupo generado por todas las potencias n-ésimas, es finito. Si bien hay grupos de Burnside finitos y otros infinitos, en muchos casos el problema permanece abierto. El grupo $M(d,n)$ es el cociente de $B(d,n)$ por su segundo conmutador $B(d,n)''$. Aunque estos siempre son finitos, poco se sabe sobre su estructura y su orden. En esta charla presentaremos métodos combinatorios que permiten definir morfismos de $M(d,n)'$ al grupo cíclico de orden n, y así identificar elementos no triviales en $M(d,n)$ y $B(d,n)$. En particular hallaremos una cota inferior para el orden de $M(d,n)$. Los morfismos construidos asocian a cada palabra z un polinomio de Laurent en 2 variables y luego calculan una combinación lineal de sus coeficientes a partir de un coloreo del retículo cuadrado del plano.

Jordi Delgado. *A tale of intersections*
The study of intersections of subgroups of free and related groups has a rich and interesting history. A well-known result from the middle of the last century states that free groups are "Howson" (i.e, the intersection of two finitely generated subgroups is always finitely generated). However, it is not difficult to find examples of non-Howson groups not far from free groups: maybe the simplest case being free times free-abelian groups $\mathbb{F}_n \times \mathbb{Z}^m$.

In [1], a variation of the classical Stallings automata theory allowed us to prove that essentially any situation is possible as the result of intersecting two subgroups of $\mathbb{F}_n \times \mathbb{Z}^m$. In particular, both finitely and non-finitely generated subgroups can appear as the intersection of two finitely generated ones. In this talk, I will present further research in this direction considering multiple intersections of (finitely many subgroups) of $\mathbb{F}_n \times \mathbb{Z}^m$. Is it still true that every situation is possible? Or do restrictions appear as we increase the number of intersecting subgroups? If so, which are the unrealizable configurations? are they related to the "size" of the ambient? Is there a finitely generated group where every intersection configuration is realizable?

This is joint work with Mallika Roy and Enric Ventura (see [2]).

References

[1] J. Delgado, E. Ventura. "Stallings automata for free-times-abelian groups: intersections and index". *Publicacions Matemàtiques* 66.2 (2022), pp. 789–830.

[2] J. Delgado, M. Roy, E. Ventura. "Intersection configurations in free and free times free-abelian groups". `arXiv:2107.12426 [math]` (2022)

Dominik Francoeur. *On some geometric properties of groups generated by bireversible automata*

Automata are a powerful tool to build finitely generated groups with various interesting properties. The special class of automata known as bireversible automata, in particular, are very interesting from the point of view of geometric group theory, since they are related to the commensurator of the free group in the automorphism group of a tree and are also connected to CAT(0) square complexes. In this talk, we will investigate some of the geometric properties of these groups. In particular, we will study the distortion of their cyclic subgroups.

Xabier Legaspi Juanatey. *Estabilidad del crecimiento uniforme en algunos grupos de cancelación pequeña*

Dado un grupo G y una colección Q de subgrupos de G ¿qué propiedades de G pasan al cociente $G/\langle\langle Q\rangle\rangle$? La teoría de cancelación pequeña se centra en estudiar este fenómeno precisamente cuándo los subgrupos de Q tienen "pequeñas superposiciones" entre sí. Aunque originalmente la forma de medir superposiciones es más bien combinatoria, M. Gromov y T. Delzant desarrollaron una versión geométrica de la cancelación pequeña para grupos hiperbólicos G que permite, entre otras cosas, probar que algunos grupos libres de Burnside son infinitos. Un problema abierto consiste en determinar si la tasa de crecimiento exponencial de las potencias U^n de conjuntos generadores U de G es uniforme cuando G es un grupo acilíndricamente hiperbólico. En un trabajo en progreso con Markus Steenbock, probamos que esta propiedad pasa a los cocientes de cancelación pequeña geométrica de grupos acilíndricamente hiperbólicos. En esta charla, contaré de qué va esta teoría de la cancelación pequeña y sus aplicaciones en el estudio del crecimiento uniforme.

Gabriel Minian. *El problema de asfericidad para presentaciones de LOTs*

Un LOT es un árbol etiquetado y orientado. A todo LOT se le puede asociar una presentación de un grupo, y por lo tanto un 2-complejo. Estos 2-complejos surgen naturalmente como spines 2-dimensionales de ciertas variedades de dimensión 4 y generalizan los spines de Wirtinger clásicos asociados a los complementos de nudos en S^3. A partir de los trabajos de J. Howie en los años ochenta, los LOTs son considerados casos testigos para el problema de asfericidad de Whitehead. En las últimas décadas diversos matemáticos han obtenido resultados parciales sobre la asfericidad de algunas familias de LOTs. En esta charla comenzaré contando las motivaciones, ideas y resultados principales sobre el problema de asfericidad de los LOTs y luego comentaré algunos resultados recientes que permiten atacar el problema utilizando nuevos métodos topológicos y combinatorios.

Luis Paris. *Grupos de Dyer*
Esta charla concierne un trabajo en colaboración con Mireille Soergel. Los grupos de Coxeter y los grupos de Artin de ángulos rectos (RAAG) comparten la misma solución al problema de la palabra: la dada por Tits para los grupos de Coxeter y la dada por Green para los grupos de Artin de ángulos rectos. Este algoritmo va más allá de la simple solución al problema de la palabra ya que permite determinar si una expresión es reducida y es una herramienta fundamental para definir formas normales en ambas familias de grupos. De ahí la pregunta: ¿Qué tienen en común estas dos familias de grupos que les hace tener la misma solución al problema de la palabra? La respuesta se encuentra en la tesis de Dyer publicada en 1990 donde describe una familia de grupos que contiene los grupos de Coxeter y los grupos de Artin de ángulos rectos. En nuestro trabajo mostramos que todos los grupos de Dyer tienen esta misma solución al problema de la palabra y que cualquier grupo que admita tal solución es más o menos un grupo de Dyer.

La coincidencia no queda ahí porque estas dos familias de grupos comparten otras propiedades. Pero la charla será mas bien una propaganda para los grupos de Dyer.