TOPOLOGÍA APLICADA Y COMBINATORIA

ORGANIZADA POR: GABRIEL MINIAN (UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES) Y JOSÉ ANTONIO VILCHES (UNIVERSIDAD DE SEVILLA)

HORARIO

15/12/2022, 12:30–13:00: Rubén Sánchez-García (University of Southampton), *Aplicación de la homología de persistencia al análisis de tejido óseo en microscopía no lineal.*
15/12/2022, 13:00–13:30: Jonathan Barmak (Universidad de Buenos Aires), *Un juego de persecución y evasión en espacios finitos.*
15/12/2022, 13:30–14:00: Kevin Iván Piterman (Universidad de Buenos Aires), *El complejo de frames de un espacio vectorial con una forma Hermitiana.*
16/12/2022, 12:30–13:00: Rocío González (Universidad de Sevilla), *Técnicas topológicas para la búsqueda de modelos de inteligencia artificial explicables y ecológicos.*
16/12/2022, 13:00–13:30: Pedro José Chocano (Universidad Rey Juan Carlos), *Una descripción combinatoria de compactos métricos.*
16/12/2022, 13:30–14:00: Enrique Macías-Virgós (Universidad de Santiago de Compostela), *Una noción simplicial de fibrado tangente.*

RESÚMENES

Rubén Sánchez-García (University of Southampton). *Aplicación de la homología de persistencia al análisis de tejido óseo en microscopía no lineal.*

Presentamos un método topológico para cuantificar la morfología del tejido óseo a partir de imágenes de microscopía no lineal. En concreto, utilizamos homología de persistencia con una transformación de distancia para cuantificar el número, tamaño y distribución de 'huecos' (regiones sin señal) en parcelas binarias de cada imagen. Aplicamos este método a tejido óseo patológico en ratones transgénicos que no expresan el factor de crecimiento VEGF. Nuestro método detecta diferencias significativas entre los grupos transgénicos y de control, y es capaz de clasificar estos grupos con una alta precisión. Este es un trabajo conjunto con Ysanne Pritchard, Aikta Sharma, Claire Clarkin, Helen Ogden y Sumeet Mahajan.

Jonathan Barmak (Universidad de Buenos Aires). *Un juego de persecución y evasión en espacios finitos.*

Un policía intenta capturar a un ladrón en un espacio topológico X sin conocer su ubicación en ningún momento. El policía tiene estrategia ganadora si y sólo si existe una curva en X tal que para cualquier otra curva hay un punto de coincidencia t. Esto ocurre por ejemplo en el intervalo [0,1]. Veremos que para CW-complejos el policía tiene estrategia en muy pocos casos. En espacios finitos, en cambio, el problema es mucho más interesante. Identificaremos obstrucciones para la existencia de estrategia, veremos la clasificación en espacios de altura 1 y daremos los primeros pasos hacia la caracterización en el caso general.

Kevin Piterman (Universidad de Buenos Aires). *El complejo de frames de un espacio vectorial con una forma Hermitiana.*

Dado un espacio vectorial de dimensión finita n sobre un cuerpo K equipado con una forma Hermitiana no degenerada, estamos interesados en estudiar las propiedades combinatorias y homotópicas del complejo de frames asociado, cuyos símplices son conjuntos de subespacios no degenerados de dimensión 1 y ortogonales dos a dos. En esta charla describiremos los autovalores del 1-esqueleto del complejo de frames en el caso de cuerpos finitos K. A partir de esto, y en conjunto con el teorema de Garland, concluiremos varias propiedades homológicas del complejo. Por ejemplo, veremos que si la dimensión n es a lo sumo q, donde $|K| = q^2$, entonces el complejo de frames es Cohen-Macaulay sobre un cuerpo de característica 0. También analizaremos su grupo fundamental y conectividad para cuerpos arbitrarios. Finalmente, si el tiempo lo permite, veremos que muchas de estas propiedades pueden trasladarse a otras estructuras combinatorias como el poset de subespacios no degeneradores y el poset de descomposiciones ortogonales.

Rocío Gozález-Díaz (Universidad de Sevilla). *Técnicas topológicas para la búsqueda de modelos de inteligencia artificial explicables y ecológicos.*

Primero, plantearemos cómo desarrollar técnicas topológicas para comprimir/reducir el tamaño del conjunto de datos de entrada mientras se conserva la información topológica del espacio muestreado por dichos datos. El conjunto optimizado de datos ayudará a reducir la energía necesaria para el entrenamiento de modelos de inteligencia artificial asegurando, al mismo tiempo, que el resultado del entrenamiento será similar. A continuación, propondremos modelos topológicos de redes neuronales explicables y métodos de simplificación del modelo, basados en topología, garantizando su precisión. Las nuevas soluciones de inteligencia artificial se implementarán y probarán en diferentes escenarios mostrando su potencial.

Pedro José Chocano (Universidad Rey Juan Carlos). *Una descripción combinatoria de compactos métricos.*

El estudio mediante herramientas computaciones de compactos métricos puede ser de gran utilidad, por ejemplo, en la teoría de sistemas dinámicos y estudio de atractores con propiedades "raras". La idea de esta charla es, dado un compacto métrico X, introducir una sucesión de espacios topológicos finitos (o conjuntos parcialmente ordenados) que permita recuperar propiedades topológicas o algebraicas de X. Veremos algunas propiedades de esta sucesión, cómo implementarla, ejemplos concretos, y las relaciones que tiene con la teoría de la forma. Para finalizar daremos algunas ideas de cómo intentar usar estas sucesiones para el estudio de sistemas dinámicos.

Enrique Macías-Virgós (Universidad de Santiago). *El fibrado tangente de un compplejo simplicial (Trabajo en progreso, junto con D. Fernández-Ternero y J.A. Vilches (Sevilla), y J.M. García Calcines (La Laguna).)*

Recientemente hemos caracterizado completamente la noción de *fibración simplicial* en el contexto de los complejos simpliciales abstractos [1]. Esto plantea la cuestión de si es posible definir un fibrado tangente $\mathrm{T}K$ para un complejo simplicial K.

En [2], Nash definió un fibrado tangente $\mathrm{T}X$ para cualquier espacio topológico X, y demostró que, cuando X es una variedad, $\mathrm{T}X$ tiene el tipo de homotopía fibrada del fibrado tangente usual.

Inspirados por esta construcción, explicaremos cómo definir $\mathrm{T}K$ para un complejo simplicial. Para justificar el nombre de *fibrado tangente* abordaremos dos resultados:

- Primero, existe una *adición local* $\mathrm{T}K \to K \times K$ similar a la aplicación exponencial;
- segundo, hay una equivalencia de homotopía entre $|\mathrm{T}K|$ y $\mathrm{T}|K|$, donde $|\cdot|$ denota la realización geométrica.

References

[1] Fernández-Ternero, Desamparados; García-Calcines, José Manuel; Macías-Virgós, Enrique; Vilches, José Antonio Simplicial fibrations. *Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fs. Nat., Ser. A Mat., RACSAM* 1**15**, No. 2, Paper No. 54, 25 p. (2021).

[2] Nash, John. A path space and the Stiefel-Whitney classes. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **41**, 320–321 (1955).