



II ENCUENTRO RSME-UMA

Ronda, 12-16 diciembre 2022

COMPUTACIÓN Y APLICACIONES EN GEOMETRÍA ALGEBRAICA

ORGANIZADA POR: ALICIA DICKENSTEIN, GABRIELA JERONIMO,
BEATRIZ PASCUAL-ESCUADERO, JOSUÉ TONELLI-CUETO

HORARIO

- 15/12/2022, 12:32–12:52:** Laureano Gonzalez-Vega (CUNEF Universidad), *Multiple (real) roots through subresultants.*
- 15/12/2022, 12:54–13:14:** Fátima Lizarte López (Universidad de Cantabria), *En busca de minimizadores de la energía en la esfera.*
- 15/12/2022, 13:16–13:36:** Pedro R. López-Gómez (Universidad de Cantabria), *Aplicaciones equivolumétricas del hipercubo unidad a las variedades armónicas clásicas.*
- 15/12/2022, 13:38–13:58:** Ujué Etayo (Universidad de Cantabria), *Using random matrices for equidistributing points.*
- 15/12/2022, 15:32–15:52:** Angélica Torres (Centre de Recerca Matemàtica), *Geometría algebraica y reconstrucción de líneas en visión artificial.*
- 15/12/2022, 15:54–16:14:** Juan Rafael Sendra Pons (Universidad de Alcalá), *Transformación de ecuaciones diferenciales radicales en ecuaciones diferenciales algebraicas.*
- 15/12/2022, 16:16–16:36:** Roser Homs Pons (Centre de Recerca Matemàtica), *Third-Order Moment Varieties of Linear Non-Gaussian Graphical Models.*
- 16/12/2022, 12:32–12:52:** Patricia Pascual-Ortigosa (Universidad de La Rioja), *An Algebraic version of the Sum-of-Disjoint Products method for multi-state system reliability analysis.*
- 16/12/2022, 12:54–13:14:** Javier Sendra Arranz (Max Planck Institute for Mathematics in the Sciences), *La curva condicionalmente independiente de Nash.*
- 16/12/2022, 13:16–13:36:** Carlos D’Andrea (Universitat de Barcelona), *Kernels of matrices of bivariate polynomials.*

RESÚMENES

Laureano Gonzalez-Vega. *Multiple (real) roots through subresultants*

By using subresultants, we characterise those univariate polynomials with multiple roots such that these roots can be described rationally in terms of the coefficients of the considered polynomial and we show how these rational functions can be computed. This technique will allow to prove that the topology of quartic and quintic curves can be computed easily even if the curve is not in general position and to characterise the type of curve arising when intersecting two ellipsoids.

This is joint work with J. Caravantes.

Fátima Lizarte López. *En busca de minimizadores de la energía en la esfera*

En esta charla mostramos una prueba alternativa para la mejor cota inferior conocida hasta el momento de la energía logarítmica mínima en la esfera unidad de dimensión 2. También generalizamos esta prueba para obtener nuevas cotas inferiores para la energía de Green en la esfera unidad de dimensión n .

Esto es un trabajo conjunto con Carlos Beltrán.

Pedro R. López-Gómez. *Aplicaciones equivolumétricas del hipercubo unidad a las variedades armónicas clásicas*

Las aplicaciones equivolumétricas, entendidas como difeomorfismos $\varphi: X_1 \rightarrow X_2$ tales que $\text{vol}(A) = \text{vol}(\varphi(A))$ para todo conjunto medible $A \subset X_1$, constituyen una útil herramienta que nos permite obtener colecciones de puntos con buenas propiedades en un espacio de nuestro interés a partir de puntos generados en un espacio conocido. En particular, estas aplicaciones transforman puntos uniformemente distribuidos en el espacio de salida en puntos uniformemente distribuidos en el espacio de llegada. En esta charla veremos cómo construir aplicaciones con esta propiedad desde el hipercubo unidad $(0, 1)^d$ a las variedades armónicas compactas clásicas, a saber, la esfera n -dimensional y los espacios proyectivos reales, complejos y cuaterniónicos de cualquier dimensión, así como al espacio proyectivo octoniónico de dimensión dos.

Éste es un trabajo conjunto con Carlos Beltrán y Damir Ferizović.

Ujué Etayo. *Using random matrices for equidistributing points*

In this talk we will introduce some basic notions of random matrices and their use to generate well distributed sets of points in different spaces.

Angélica Torres. *Geometría algebraica y reconstrucción de líneas en visión artificial*

El problema de reconstrucción de imágenes consiste en crear un modelo tridimensional de un objeto a partir de imágenes. Este proceso inicia identificando en las imágenes líneas y puntos que puedan provenir del mismo objeto tridimensional, esta información se usa para estimar la posición de las cámaras y, finalmente, se estima la posición tridimensional de las líneas y puntos identificados en las imágenes. En esta charla nos enfocaremos en la última parte del proceso, llamada triangulación. Específicamente, exploraremos la triangulación de líneas. Empezaremos por modelar algebraicamente las cámaras, definiremos la variedad multivisión para líneas y estudiaremos algunas propiedades básicas. Finalmente veremos una propuesta del uso de esta variedad para triangular líneas posiblemente distorsionadas.

Juan Rafael Sendra Pons. *Transformación de ecuaciones diferenciales radicales en ecuaciones diferenciales algebraicas*

En el marco de la resolución de ecuaciones diferenciales, la idea básica del método algebro-geométrico consiste en asignar una variedad algebraica a la ecuación, sistema de ecuaciones, diferenciales con la que se está trabajando para después inferir información sobre las soluciones del problema inicial a partir de las propiedades geométricas de la variedad asignada. Para ello, se requiere que las ecuaciones diferenciales vengan definidas por polinomios. Pero ¿cómo proceder si los coeficientes, o incluso las variables dependientes, de las ecuaciones aparecen como polinomios anidados en radicales? En esta charla, mostraremos como, mediante la utilización de variedades algebraicas radicales, se puede, en determinadas situaciones, transformar las ecuaciones diferenciales “radicales” dadas en ecuaciones diferenciales algebraicas manteniendo la información de las soluciones.

Las principales ideas presentadas en esta charla proceden de trabajos conjuntos con J. Caravantes, D. Sevilla, C. Villarino y con S. Falkensteiner.

Roser Homs Pons. *Third-Order Moment Varieties of Linear Non-Gaussian Graphical Models*

We study non-Gaussian graphical models from a perspective of algebraic statistics. Our focus is on algebraic relations among second- and third-order moments in graphical models given by linear structural equations. We show that when the graph is a tree these relations form a toric ideal. Using combinatorial tools, such as the multi-trek rule introduced by Robeva and Seby, we provide a Markov basis of the vanishing ideal of models given by trees, generalizing results on Gaussian models obtained by Sullivant. This is a joint work with Carlos Améndola, Mathias Drton, Alexandros Grosdos and Elina Robeva.

Patricia Pascual-Ortigosa. *An Algebraic version of the Sum-of-Disjoint Products method for multi-state system reliability analysis*

There exist several general methodologies to analyze and compute system reliability. The two main ones are the sum-of-disjoint-products (SDP) and the Improved Inclusion-Exclusion (IIE) formulas. The algebraic approach to system reliability, assigns a monomial ideal to the system and computes its reliability in terms of the Hilbert series of the ideal, providing an algebraic version of the IIE method. In this talk we make use of this monomial ideal framework and present an algebraic version of the SDP method, based on a combinatorial decomposition of the system’s ideal. Such a decomposition is obtained from an involutive basis of the ideal. This algebraic version is suitable for binary and multi-state systems.

Javier Sendra Arranz. *La curva condicionalmente independiente de Nash*

En el marco de juegos en forma normal el equilibrio de Nash analiza cuándo ningún jugador puede mejorar sus ganancias al cambiar su estrategia si el resto de jugadores mantienen fija sus correspondientes estrategias. En esta situación, los jugadores actúan de forma independiente, sin comunicarse con el resto de jugadores. Por otra parte, también se estudia el equilibrio de dependencia que se corresponde con el caso en el que todos los jugadores, simultáneamente, maximizan sus ganancias condicionadas. La interpretación algebraica del equilibrio de dependencia da lugar a la variedad de Spohn. Nosotros estudiamos estos conceptos de equilibrio a través de redes bayesianas. En esta situación, la curva condicionalmente

independiente (CI) de Nash es la intersección de la variedad de Spohn con el modelo estadístico de redes bayesianas con una arista. En otras palabras, la curva CI de Nash aparece cuando dos jugadores actúan de forma independiente y el resto de forma dependiente. En esta charla exploramos algunas propiedades algebraicas fundamentales de esta curva como, por ejemplo, su género, su grado, su suavidad, etc.

Esta charla está basada en el trabajo “Irem Portakal, Javier Sendra-Arranz, Nash conditional independence curve. arXiv:2206.07000 [math.AG]”

Carlos D’Andrea. *Kernels of matrices of bivariate polynomials*

It is known that kernels of matrices of bivariate polynomials are free modules, but very little on how to compute bases of them with controlled degree except in some exceptional cases. We will present this problem and show some results and techniques used in computing these kernels.
