## NOMBRE DE LA SESIÓN: MODELOS MATEMÁTICOS PARA LA COMPUTACIÓN

ORGANIZADA POR: MANUEL OJEDA, RICARDO OSCAR RODRIGUEZ, EVANGELINA SANTOS

### HORARIO

**Jueves 15 de Diciembre, 12:30–12:50:** Luis Merino, *Orden y operaciones en "interval-valued typical hesitant fuzzy sets".*

**Jueves 15 de Diciembre, 12:50–13:10:** Rocío Romero, *Las matemáticas detrás de las redes neuronales artificiales.*

**Jueves 15 de Diciembre, 13:10–13:30:** Jesús Medina, *Una lógica para los retículos de conceptos multiadjuntos.*

**Jueves 15 de Diciembre, 13:30–13:50:** Inma P. Cabrera, *Estructuras de cierre en retículos difusos.*

**Jueves 15 de Diciembre, 15:30–15:50:** Francesc Esteve, *Lógicas Fuzzy que preservan el grado de verdad y paraconsistencia.*

**Jueves 15 de Diciembre, 15:50–16:10:** Héctor Freytes, *Logic and algebraic quantum field theory.*

**Jueves 15 de Diciembre, 16:10–16:30:** Ricardo O. Rodríguez, *NeuroLang: An Scalable Query Answering Under Uncertainty to Neuroscientific Ontological Knowledge.*

**Jueves 15 de Diciembre, 16:30–16:50:** Sara Ugolini, *Unification via projectivity in varieties of many-valued logics.*

**Jueves 15 de Diciembre, 16:50–17:10:** Lluis Godo, *Inconsistency-tolerant reasoning about uncertainty based on Łukasiewicz logic.*

### RESÚMENES

**Pascual Jara, Luis Merino, Gabriel Navarro, Evangelina Santos.** *Orden y operaciones en "interval-valued typical hesitant fuzzy sets"*
Diversas generalizaciones del concepto original de conjunto difuso pueden ser vistas como conjuntos $L$-difusos [2] para distintos retículos $L$. En el caso de los hesitant fuzzy sets [5] para los que los valores de pertenencia se toman en la clase de los subconjuntos no vacíos de $[0,1]$, $\mathcal{P}^*([0,1])$, no ocurre así, ya que las operaciones definidas por Torra no provienen de un orden.

En [3] los autores describen un orden en $\mathcal{P}^*([0,1])$, que extiende los ordenes usuales en $[0,1]$ y en $\mathcal{I}([0,1])$ y dota a $\mathcal{P}^*([0,1])$ de estructura de retículo con nuevas operaciones que sí provienen de un orden, respondiendo así a un problema planteado en [1] y [4]. Un caso interesante es el de los llamados interval-valued typical hesitant fuzzy sets, conjuntos difusos en que el valor de pertenencia de cada elemento es una unión finita de subintervalos cerrados de $[0,1]$. La clase de esas uniones $\mathcal{U}([0,1])$ es un subretículo de $\mathcal{P}^*([0,1])$ en que las operaciones pueden ser descritas de forma fácilmente computable.

(1) H. Bustince, E. Barrenechea, M. Pagola, J. Fernandez, Z. Xu, B. Bedregal, J. Montero, H. Hagras, F. Herrera, and B. De Baets, "A historical account of types of fuzzy

sets and their relationships", IEEE Transactions on Fuzzy Systems 24 (1) (2016), 179–194.
(2) J.A Goguen, "L-fuzzy sets", Journal of Mathematical Analysis and Applications 18 (1) (1967), 145–174.
(3) P. Jara, L. Merino, G. Navarro and E. Santos, "A lattice structure on hesitant fuzzy sets", in IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022.
doi: 10.1109/TFUZZ.2022.3217400.
(4) R.M. Rodríguez, B. Bedregal, H. Bustince, Y.C. Dong, B. Farhadinia, C. Kahraman, L. Martínez, V. Torra, Y.J. Xu, Z.S. Xu, F. Herrera, "A position and perspective analysis of hesitant fuzzy sets on information fusion in decision making. Towards high quality progress, Information Fusion 29 (2016) 89–97.
(5) V. Torra, "Hesitant fuzzy sets", International Journal of Intelligent Systems 25 (2010), 529–539. Sciences 3 (1971), 159–176.

---

**Rocío Romero Zaliz.** *Las matemáticas detrás de las redes neuronales artificiales*

Las redes neuronales artificiales son modelos inspirados en el funcionamiento del cerebro humano. En él, existen nodos llamados neuronas artificiales que se conectan entre sí y transmiten señales desde la entrada para producir una salida. El objetivo principal de este modelo es aprender a realizar tareas complejas que no se puedan realizar utilizando programación clásica basada en reglas. Pero para que una red neuronal realice la función deseada, primero debe ser entrenada. Esto se realiza modificando los pesos de sus neuronas para que logre obtener el resultado deseado. El método más utilizado es el de *backpropagation*, en donde se alimentan datos de entrenamiento a la red y en función de los resultados se modifican los pesos neuronales según los errores obtenidos y cuánto contribuye cada neurona a dichos resultados. Pero no es el único método, existen otras opciones menos conocidas que presentan resultados competitivos con una menor complejidad computacional. Es más, el ámbito de estudio de estas redes está actualmente muy activo, desarrollando actualmente lo que se conoce como la tercera generación de redes neuronales utilizando un paradigma completamente diferente: las redes neuronales de impulso (*spiking neural networks*).

(1) Fernando Berzal. Redes Neuronales & Deep Learning. ISBN 978-1-7312-6538-8. Edición independiente, 2018.
(2) W.D. K. Ma, J. Lewis, and W. B. Kleijn, "The HSIC bottleneck: Deep learning without back-propagation," in Proceedings of the AAAI Con- ference on Artificial Intelligence, vol. 34, no. 04, 2020, pp. 5085–5092.
(3) M. Jaderberg, W. M. Czarnecki, S. Osindero, O. Vinyals, A. Graves, D. Silver, and K. Kavukcuoglu, "Decoupled neural interfaces using synthetic gradients," in International conference on machine learning. PMLR, 2017, pp. 1627–1635.
(4) Yamazaki K, Vo-Ho VK, Bulsara D, Le N. Spiking Neural Networks and Their Applications: A Review. Brain Sci. 2022 Jun 30;12(7):863. doi: 10.3390/brainsci12070863. PMID: 35884670; PMCID: PMC9313413.

---

**M. Eugenia Cornejo, Luis Fariñas del Cerro, Jesús Medina.** *Una lógica para los retículos de conceptos multiadjuntos*

Los conjuntos difusos y la lógica difusa han demostrado ampliamente su utilidad en el modelado de bases de datos con información vaga, imperfecta e incompleta. La programación lógica multiadjunta [13,14] es un marco general y flexible en este área, que ha generalizado diferentes paradigmas de programación de lógica difusa [4,5,10,11,12], y que no se había estudiado desde un punto de vista sintáctico. Se han presentado recientemente dos lógicas para las algebras multiadjuntas [1,2,3], siguiendo un procedimiento similar al presentado por Hájek [9], con la lógica básica multivaluada BL, la lógica para las t-normas continuas por la izquierda presentada por Esteva y Godo en [7], su extensión considerando t-conormas continuas por la derecha [8], o las lógicas de Epstein y Horn dadas en [6]. Dependiendo de si se considera el álgebra sobre un conjunto parcialmente ordenado general o sobre un retículo, se han llamado lógica mutiadjunta (ML) o lógica multiadjunta reticular (MLL), respectivamente. Este trabajo se centra en las MLL y muestra una axiomatización correcta y completa, basada en un lenguaje más rico que el utilizado en la lógica BL introducida por Petr Hájek en [9], y con axiomas más débiles.


(1) M. E. Cornejo, L. Fariñas del Cerro, and J. Medina. Multi-adjoint lattice logic and truth-stressing hedges. *Fuzzy Sets and Systems*, 2022.

(2) M. E. Cornejo, L. Fariñas del Cerro, and J. Medina. Multi-adjoint lattice logic. properties andÂ query answering. In G. Marreiros, B. Martins, A. Paiva, B. Ribeiro, and A. Sardinha, editors, *Progress in Artificial Intelligence*, pages 701–712, Cham, 2022. Springer International Publishing.

(3) M. E. Cornejo, L. Fariñas del Cerro, and J. Medina. A logical characterization of multi-adjoint algebras. *Fuzzy Sets and Systems*, 425:140–156, 2021. Mathematics.

(4) C. V. Damásio and L. M. Pereira. Monotonic and residuated logic programs. In *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty, ECSQARU'01*, pages 748–759. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2143, 2001.

(5) M. Dekhtyar, A. Dekhtyar, and V. Subrahmanian. Hybrid probabilistic programs: algorithms and complexity. In *Proc. of 1999 Conference on Uncertainty in AI*, 1999.

(6) G. Epstein and A. Horn. Logics which are characterized by subresiduated lattices. *Mathematical Logic Quarterly*, 22(1):199–210, 1976.

(7) F. Esteva and L. Godo. Monoidal t-norm based logic: towards a logic for left-continuous t-norms. *Fuzzy Sets and Systems*, 124:271–288, 2001.

(8) L. Godo, S.-R. M., and F. Esteva. On the logic of left-continuous t-norms and right-continuous t-conorms. *Communications in Computer and Information Science*, 1239:654–665, 2020.

(9) P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic*. Trends in Logic. Kluwer Academic, 1998.

(10) P. Julián, G. Moreno, and J. Penabad. On fuzzy unfolding: A multi-adjoint approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 154(1):16–33, 2005.

(11) L. V. S. Lakshmanan and F. Sadri. On a theory of probabilistic deductive databases. *Theory and Practice of Logic Programming*, 1(1):5–42, 2001.

(12) J. Medina, M. Ojeda-Aciego, A. Valverde, and P. Vojtáš. Towards biresiduated multi-adjoint logic programming. *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, 3040:608–617, 2004.

(13) J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and P. Vojtáš. Multi-adjoint logic programming with continuous semantics. In *Logic Programming and Non-Monotonic Reasoning, LPNMR'01*, pages 351–364. Lecture Notes in Artificial Intelligence 2173, 2001.

(14) J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and P. Vojtáš. Similarity-based unification: a multi-adjoint approach. *Fuzzy Sets and Systems*, 146:43–62, 2004.

---

**Inma P. Cabrera.** *Estructuras de cierre en retículos difusos (Closure structures on fuzzy lattices)*
Los *sistemas y operadores de cierre* fueron introducidos por E. H. Moore en 1910 [10] en el conjunto de partes de un conjunto, también llamado conjunto potencia (*powerset*). Posteriormente, estas nociones se estudiaron en conjuntos parcialmente ordenados y resultan ser estructuras matemáticas estrechamente vinculadas a los retículos completos y a las conexiones de Galois. Pueden encontrarse numerosos ejemplos y aplicaciones relacionados con las estructuras de cierre dentro del álgebra, la topología, la geometría o la lógica, así como la informática o el análisis de datos [12]. La gestión de la incertidumbre ha dado lugar a versiones difusas de las estructuras de cierre. Dado que, en el caso clásico, tanto la definición como muchas aplicaciones se desarrollaron en un conjunto potencia, es natural que la extensión de estas nociones a ambiente difuso más conocida y citada en la bibliografía relacionada, se introdujera por primera vez en el conjunto de conjuntos difusos cuyos valores de verdad pertenecen a un retículo residuado ($\mathbb{L}$-powerset). Esta definición de sistema de cierre difuso fue introducida por Bělohlávek [2] y es la base del Análisis de Conceptos Formales Difuso [1]. Los operadores de cierre difusos [2,4] aparecen en varias áreas de la lógica difusa como la morfología matemática difusa [8,9] o las ecuaciones relacionales difusas [6]. Sin embargo, incluso en el caso clásico, hay muchas aplicaciones que requieren trabajar sobre otras estructuras ordenadas y, en particular, sobre estructuras próximas a los retículos. El punto de partida de esta contribución es la definición de sistema de cierre, en el marco de retículos difusos completos (proporcionada en [3]). Se trata de una doble extensión: en primer lugar, se definen los llamados *sistemas de cierre*, como conjuntos clásicos que son cerrados para ínfimos difusos; en un segundo nivel de generalidad, se introducen los denominados *sistemas de cierre difusos*, como conjuntos difusos extensionales cuyo 1-corte es un sistema de cierre y que son minimales entre los conjuntos extensionales que contienen a dicho 1-corte. En ambos casos, se demostró que estas definiciones se comportan adecuadamente con la noción de operador de cierre, debido a la existencia de una correspondencia biyectiva entre ambos. Además, cuando se consideran en el conjunto de $\mathbb{L}$-conjuntos difusos, la definición de sistema de cierre introducida es equivalente a la de $\mathbb{L}$-sistema de cierre y los sistemas de cierre difusos son equivalentes a los $\mathbb{L}$-sistemas de $\mathbb{L}$-cierre, ambos introducidos por Bělohlávek en [2]. Un paso más en la extensión a ambiente difuso de las estructuras de cierre es trabajar con relaciones difusas en lugar de aplicaciones clásicas que tienen ciertas propiedades difusas. La segunda parte de este trabajo describe un nuevo enfoque con la introducción de los conceptos de *relaciones difusas de cierre* y *relaciones difusas de cierre fuertes*, este último en correspondencia biunívoca con los sistemas difusos de cierre. También demostramos que la extensión de los operadores de cierre a un marco relacional está muy relacionada con las *funciones difusas perfectas* de Demirci [7].

(1) R. Bělohlávek. Fuzzy Galois connections. *Mathematical Logic Quarterly*, 45:497–504, 1999.
(2) R. Bělohlávek. Fuzzy closure operators. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, (262):473–489, 2001.
(3) R. Bělohlávek. Lattice type fuzzy order and closure operators in fuzzy ordered sets. In *Proceedings Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, volume 4, pages 2281–2286 vol.4, 2001.

(4) R. Bělohlávek, B. De Baets, J. Outrata, and V. Vychodil. Computing the lattice of all fixpoints of a fuzzy closure operator. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 18(3): 546–557, 2010.
(5) N. Caspard and B. Monjardet. The lattices of closure systems, closure operators, and implicational systems on a finite set: a survey. Discrete Applied Mathematics, volume 127(2): 241–269, 2003.
(6) B. De Baets. *Analytical Solution Methods for Fuzzy Relational Equations*, pages 291–340. Springer US, Boston, MA, 2000.
(7) M. Demirci. Fuzzy functions and their applications. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 252(1):495–517, 2000.
(8) J. Elorza, R. Fuentes-González, J. Bragard, and P. Burillo. On the relation between fuzzy closing morphological operators, fuzzy consequence operators induced by fuzzy preorders and fuzzy closure and co-closure systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 218:73–89, 2013.
(9) N. Madrid, J. Medina, M. Ojeda-Aciego, and I. Perfilieva. Toward the use of fuzzy relations in the definition of mathematical morphology operators. *Journal of Fuzzy Set Valued Analysis*, 2016(1):87 – 98, 2016.
(10) E. H. Moore. *Introduction to a form of general analysis*, volume 2. Yale University Press, 1910.
(11) M. Ojeda-Hernández, I. P. Cabrera, P. Cordero, and E. Muñoz-Velasco. Closure systems as a fuzzy extension of meet-subsemilattices. In *Joint Proceedings of the 19th World Congress of the International Fuzzy Systems Association (IFSA), the 12th Conference of the European Society for Fuzzy Logic and Technology (EUSFLAT), and the 11th International Summer School on Aggregation Operators (AGOP)*, pages 40–47. Atlantis Press, 2021.
(12) N. Caspard and B. Monjardet. The lattices of closure systems, closure operators, and implicational systems on a finite set: a survey. Discrete Applied Mathematics, volume 127(2), 241–269, 2003.

---

**Francesc Esteva.** *Lógicas Fuzzy que preservan el grado de verdad y paraconsistencia*
En su versión formal la lógica Fuzzy basada en una t-norma se define como una lógica multivaluada con conectivos $\&, \to, \wedge, \vee, \neg 1$ cuya semántica algebraica viene dada por el ágebra definida en el intervalo real [0,1] con las operaciones definidas por una t-norma, su residuo, el máximo, el mínimo y la cte. 1. Con estas bases se pueden definir dos operadores de consecuencia:
La que preserva la verdad dada por:

$$T \models \text{ iff } e(\varphi) = 1 \text{ for all evaluation } e \text{ such that } e(\gamma) = 1 \text{ for all } \gamma \in T$$

y la que preserva los valores de verdad dada por:

$$T \models \text{ iff for all evaluation } e \text{ such that } e(\gamma) \geq r \in [0,1] \text{ for all } gamma \in T \text{ then } e(\varphi) \geq r$$

En la charla se dará una visión de estos dos tipos de operadores de consecuencia, de sus propiedades más importantes, de su relación y se detallarán los casos en que coinciden. A destacar que cuando son diferentes la primera es una consecuencia explosiva mientras que la segunda es paraconsistente [1].
A partir de aquí se han estudiado una serie de propiedades básicas de las lógicas fuzzy paraconsistentes en los trabajos [2], [3], [4], [5] y [6] que se describirán en sus rasgos más generales.

En el primero se estudian en general las propiedades desde el punto de vista de la paraconsistencia de los sistemas lógicos fuzzy paraconsistentes. En el segundo se estudia su axiomática en el caso de las lógicas basadas en t-normas. En el tercero y cuarto se estudia el caso de la lógica de Łukasiewicz. En el quinto la lógica de Gödel con una involución. Finalmente en el sexto se estudia el caso de las lógicas de Nelson.


(1) R. Ertola, F. Esteva, T. Flaminio, L. Godo and C. Noguera "Paraconsistency properties in degree-preserving fuzzy logics" Soft Computing Journal Vol.19, 3 (2014) pp. 531- 546
(2) M. E. Coniglio, F. Esteva and L. Godo "Logics of formal inconsistency arising from systems of fuzzy logic" Logic Journal of IGPL (2014) 22 (6), pp. 880-904
(3) M. E. Coniglio, F. Esteva and L. Godo "On the set of intermediate logics between truth and degree preserving Lukasiewicz logic" Logical Journal of the IGPL 24,3, pp. 288-320 (2016)
(4) Marcelo E. Coniglio,Francesc Esteva, Joan Gispert, Lluís Godo "Maximality in finite-valued Lukasiewicz Logics defined by order filters" Journal of Logic and Computation 29,1 pp. 125-156 (2019)
(5) Marcelo E. Coniglio,Francesc Esteva, Joan Gispert, Lluís Godo "Degree-preserving Gödel logics with an involution: intermediate logics and (ideal) paraconsistency" Extended versión accepted for publication as a chapter on a special issue of Springer's series on outstasnding contribution to Logic dedicated to Arnon Avron (2021)
(6) F. Esteva, A. Figallo-Orellano, T. Flaminio and L. Godo "Logics of formal inconsistency base on distributive involutive residuated lattices" Journal of Logic and Computation, Volume 31, Issue 5, July 2021, pp. 1226-1265 (2021)


---

**Héctor Freytes.** *Logic and algebraic quantum field theory*
Algebraic quantum field theory, or AQFT for short, is a rigorous analysis of the structure of relativistic quantum mechanics[4]. It is formulated in terms of a net of operator algebras indexed by regions of a Lorentzian manifold. In several cases the mentioned net is represented by a family of von Neumann algebras, concretely, type III factors. In this perspective, a logical system can be established capturing the propositional structure encoded in the algebras of the mentioned net. In this framework, this work contributes to the solution of a family of open problems, emerged since the 30s, about the characterization of those logical systems which can be identified with the lattice of projectors arising from the Murray-von Neumann classification of factors [1,2,3]. More precisely, based on physical requirements formally described in AQFT, an equational theory able to characterize the type III condition in a factor is provided. This equational system motivates the study of a variety of algebras having an underlying orthomodular lattice structure. A Hilbert style calculus, algebraizable in the mentioned variety, is also introduced and a corresponding completeness theorem is established.


(1) L. J. Bunce, J. D. Maitland Wright, Quantum Logic, State Space Geometry and Operator Algebras, Comm. Math. Phys. 96 (1984) 345-348.
(2) H. Gross, Hilbert lattices: New results and unsolved problems, Found. Phys. 20 (1990), 529-559.
(3) S. Holland, The Current Interest in Orthomodular Lattices, in: J. C. Abbott, (ed), Trends in Lattice Theory, Van Nostrand-Reinhold, New York (1970) pp. 41-26.

(4) J. Yngvason, The role of type III factors in quantum field theory, Rep. Math. Phys. 55 (2005), 135-147.

---

**Ricardo Oscar Rodriguez.** *Título: NeuroLang: An Scalable Query Answering Under Uncertainty to Neuroscientific Ontological Knowledge.*

Recent technological advances in neuroscience have sparked enormous growth in the amount of datasets—containing text, images, and knowledge graphs—available for analysis of the human brain. Furthermore, researchers in neuroscience have a growing number of datasets available to study the brain, which is made possible by recent technological advances. Given the extent to which the brain has been studied, there is also available ontological knowledge encoding the current state of the art regarding its different areas, activation patterns, keywords associated with studies, etc. Furthermore, there is inherent uncertainty associated with brain scans arising from the mapping between voxels—3D pixels—and actual points in different individual brains. Unfortunately, there is currently no unifying framework for accessing such collections of rich heterogeneous data under uncertainty, making it necessary for researchers to rely on ad hoc tools. In particular, one major weakness of current tools that attempt to address this task is that only very limited propositional query languages have been developed. In this talk, we present NeuroLang, a probabilistic language based on first-order logic with existential rules, probabilistic uncertainty, ontologies integration under the open world assumption, and built-in mechanisms to guarantee tractable query answering over very large datasets. NeuroLang's primary objective is to provide a unified framework to seamlessly integrate heterogeneous data, such as ontologies, and map fine-grained cognitive domains to brain regions through a set of formal criteria, promoting shareable and highly reproducible research. After presenting the language and its general query answering architecture, we discuss real-world use cases showing how NeuroLang can be applied to practical scenarios.

---

**Sara Ugolini.** *Unification via projectivity in varieties of many-valued logics*
The classical syntactic unification problem consists of a pair of terms $(s, t)$, built from functions symbols and variables, and a solution or *unifier* is a uniform replacement of the variables occurring in $s$ and $t$ by other terms in the same language that makes $s$ and $t$ identical. Here we are interested in unification problems where syntactical identity is replaced by equality modulo logical equivalence, or, from an algebraic point of view, modulo an equational theory. Ghilardi shows in [4] that, in an algebraizable logic, the study of a unification problem modulo logical equivalence can be carried out purely in the algebraic framework. Moreover, the *unification type*, which essentially measures the cardinality of the set of "best solutions" to a unification problem, can be studied algebraically as well. In more detail, if a logic has a variety $\mathsf{V}$ as equivalent algebraic semantics in the sense of Blok-Pigozzi [3], a unification problem corresponds to a *finitely presented* algebra in $\mathsf{V}$ (a finitely generated quotient of a finitely generated free algebra), and a unifier consists in a homomorphism to a *projective* algebra in $\mathsf{V}$ (that is, a retract of a free algebra in $\mathsf{V}$). Thus, the study of projective algebras in varieties corresponding to a logic gives relevant information on the logical unification problems. In joint work with Paolo Aglianò [1,2], we study unification problems algebraically in the framework of residuated lattices and substructural logics. In particular, we obtain interesting results within the Mathematical Fuzzy Logic framework, which was first introduced

by Hájek in the influential 1998 book [5]. We show that in many varieties of interest, finitely generated projective algebras coincide with the finitely presented algebras. This entails the best case-scenario for the unification type.


(1) P. Aglianò, S. Ugolini, *Projectivity in (bounded) commutative integral residuated lattices*, Algebra Universalis 84, 2, 2023.
(2) P. Aglianò, S. Ugolini, *Projectivity and unification in substructural logics of generalized rotations*, to appear in the International Journal of Approximate Reasoning.
(3) W.J. Blok and D. Pigozzi, *Algebraizable Logics*, Mem. Amer. Math. Soc., no. 396, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, 1989.
(4) S. Ghilardi, *Unification through projectivity*, Journal of Logic and Computation 7, 733–752, 1997.
(5) P. Hájek, *Metamathematics of fuzzy logic*, Trends in Logic—Studia Logica Library, no. 4, Kluwer Academic Publ., Dordrecht/ Boston/ London, 1998.


---

**Lluis Godo.** *Inconsistency-tolerant reasoning about uncertainty based on Łukasiewicz logic*
In this talk we consider a probability logic over Łukasiewicz logic with rational truth-constants, denoted FP(RPL), and we explore a possible approach to reason from inconsistent FP(RPL) theories in a non-trivial way. Given an inconsistent FP(RPL) theory $T$, the technique basically consists of suitably weakening the formulas in $T$, depending on a suitably defined degree of inconsistency of $T$. We show that the proposed logical approach is in accordance with other proposals in the literature based on distance-based and violation-based inconsistency measures. We also show how the same approach can be applied to a similar logic to reasoning under possibilistic uncertainty.


(1) T. Flaminio, L. Godo, S. Ugolini, F. Esteva. An approach to inconsistency-tolerant reasoning about probability based on Łukasiewicz logic. Submitted.
(2) T. Flaminio, L. Godo, S. Ugolini. Inconsistency-tolerant reasoning about probability based on Łukasiewicz logic. In Proc. of SUM 2002, LNCS 13562, pp. 124-138, 2022.
(3) P. Hájek. *Metamathematics of Fuzzy Logic.* Kluwer Academy Publishers, 1998.
(4) P. Hájek, L. Godo, F. Esteva. Fuzzy Logic and Probability. In Proc. of the 11th. Conference on *Uncertainty in Artificial Intelligence* (UAI'95), 237-244, 1995.


---