



II ENCUENTRO RSME-UMA

Ronda, 12-16 diciembre 2022

HOMOLOGÍA Y MÓDULOS SOBRE ÁLGEBRAS Y ANILLOS NO CONMUTATIVOS

ORGANIZADA POR: MANUEL CORTÉS-IZURDIAGA E HIPÓLITO TREFFINGER

HORARIO

Lunes, 17:30–17:50: Sonia Trepode, *El álgebra de endomorfismos de un complejo 3-silting y trisecciones en una categoría de módulos.*

Lunes, 17:55–18:15: Juan Ramón García Rozas, *Sobre las condiciones independientes de Auslander en el concepto de módulo Gorenstein proyectivo relativo.*

Lunes, 18:20–18:40: Cristóbal Gil, *Ideales invariantes en álgebras de caminos de Leavitt.*

Lunes, 18:45–19:05: Mariano Suárez, *TBA.*

Martes, 15:30–15:50: Pedro Guil, *Condiciones de extensión de McWilliams y anillos quasi-Frobenius.*

Martes, 15:55–16:15: Victoria Guazzelli, *La extensión trivial de un álgebra skew-gentil y álgebras de grafos skew-Brauer.*

Martes, 16:20–16:40: Sergio Estrada, *Anillos de Xu duales.*

RESÚMENES

Sergio Estrada. *Anillos de Xu duales*

Es bien conocido que todo módulo puro-inyectivo es de cotorsión y que la clase de los módulos de cotorsión es cerrada bajo extensiones. Un anillo es de Xu si todo módulo de cotorsión es puro-inyectivo. En 1996, Xu caracterizó estos anillos por la propiedad de que la clase de los módulos puro-inyectivos sea cerrada bajo extensiones. En la demostración se usa fuertemente la propiedad de minimalidad de las envolturas puro-inyectivas. Esto no permite dualizar los argumentos para el caso puro-proyectivo. En la presente charla introduciremos el concepto dual al de anillo de Xu y usaremos resultados recientes de la teoría de aproximación de ideales para caracterizarlos. Finalmente, daremos una aplicación de estos anillos en el contexto del álgebra homológica de Gorenstein.

La charla es parte de un trabajo conjunto con XianHui Fu, Ivo Herzog y Sinem Odabaşı, y otro en colaboración con Alina Iacob.

Juan Ramón García Rozas. *Sobre las condiciones independientes de Auslander en el concepto de módulo Gorenstein proyectivo relativo*

En esta charla discutimos las condiciones que definen módulo Gorenstein proyectivo relativo a un módulo semidualizante C , inspirados en parte por los recientes trabajos (3), (4) de Ringel y Zhang. Como consecuencia de esto aparecen los anillos débilmente C -Gorenstein y los parcialmente C -Gorenstein. Además observamos la gran utilidad que tiene en este estudio el concepto de categoría C -Frobenius.

Este trabajo se ha hecho en colaboración con Driss Bennis, Rachid El Maaouy y Luis Oyonarte.

Referencias

- (1) M. Auslander, Anneaux de Gorenstein, et torsion en algèbre commutative, Secrétariat mathématique, Paris, 1967, Séminaire d'Algèbre Commutative dirigé par Pierre Samuel, 1966/67. Texte rédigé, d'après des exposés de Maurice Auslander, par Marquerite Mangeney, Christian Peskine et Lucien Szpiro. Ecole W Normale Supérieure de Jeunes Filles.
 - (2) D. Bennis, J.R. García Rozas and L. Oyonarte, Relative Gorenstein dimensions, *Mediterr. J. Math.* **13** (2016) 65-91.
 - (3) C.M. Ringel, P. Zhang, Gorenstein-projective and semi-Gorenstein-projective modules, *Algebra Number Theory* **14** (2020) 1-36.
 - (4) C. M. Ringel, P. Zhang, Gorenstein-projective and semi-Gorenstein-projective modules II, *J. Pure Appl. Algebra* **224** (2020) no. 6, 106248.
-

Cristóbal Gil Canto. *Ideales invariantes en álgebras de caminos de Leavitt*

Las álgebras de caminos de Leavitt son una generalización natural de las álgebras de caminos o álgebras asociadas a grafos. Son álgebras que incluyen a aquellas que no satisfacen la propiedad del Número Invariante de la Base, originalmente introducidas por Leavitt. Además, son el análogo algebraico de las C^* -álgebras. Como ejemplos bien conocidos de álgebras de caminos de Leavitt están los llamados colores primarios que se corresponden respectivamente con el ideal generado por el conjunto de vértices en línea, el generado por el conjunto de vértices en ciclos sin salidas y el de vértices en ciclos extremos. Es bien sabido que estos ideales son invariantes por isomorfismos. En esta charla analizaremos la invarianza mediante isomorfismos de otra pieza clave de un álgebra de caminos de Leavitt. Veremos que el ideal generado por los vértices cuyo árbol contiene infinitas bifurcaciones (o al menos un emisor infinito) no es invariante. A pesar de ello encontraremos un sustituto natural que sí satisface la condición de invarianza. Para ello daremos un procedimiento para construir ideales invariantes a partir de otros conocidos que sí lo sean, introduciendo una topología en el conjunto de vértices del grafo y, vía teoría de categorías, pensando en los conjuntos de vértices hereditarios y saturados como funtores. Este es un trabajo conjunto con Dolores Martín Barquero y Cándido Martín González.

Victoria Guazzelli. *La extensión trivial de un álgebra skew-gentil y álgebras de grafos skew-Brauer*

Esta charla está basada en un trabajo en progreso y en conjunto con Ana García Elsener y Yadira Valdivieso.

Vamos a considerar álgebras de dimensión finita (básicas y conexas) sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. En este contexto, un álgebra es morita equivalente al álgebra de caminos de un carcaj cocientado por un ideal admisible. Al par conformado por dicho carcaj y el ideal se lo denomina un carcaj con relaciones del álgebra.

En (2) Fernandez y Platzeck, presentaron el carcaj con relaciones de la extensión trivial de una gran familia de álgebras. Este resultado fue generalizado recientemente en (1) para cualquier álgebra de dimensión finita.

Generalizando las álgebras gentiles, en (3), Geiss y de la Peña introducen las álgebras skew-gentiles. Éstas se definen como ciertas álgebras de grupos skew de las álgebras gentiles. Uno de los objetivos de esta presentación es construir el carcaj con relaciones de la extensión trivial de un álgebra skew-gentil, a partir de un álgebra gentil asociada a la original.

Por otra parte, Schroll establece en (4) la conexión entre la extensión trivial de las álgebras gentiles y las álgebras de grafo Brauer. Como segundo objetivo presentaremos una generalización de las álgebras de grafo Brauer, las cuales denominamos álgebras de grafo skew-Brauer. Análogo al trabajo de Schroll, estableceremos la conexión entre la extensión trivial de un álgebra skew-gentil y las álgebras de grafo skew-Brauer.

Bibliografía

- (1) Elsa Fernandez, Sibylle Schroll, Hipolito Treffinger, Sonia Trepode y Yadi- ra Valdivieso. *Characterisations of trivial extensions*. arXiv preprint arXiv:2206.04581 (2022).
- (2) E. Fernández, M.I. Platzeck. *Presentations of trivial extensions of finite dimensional algebras and a theorem of Sheila Brenner*. Journal of Algebra 249.2, 326-344, (2002).
- (3) C. Geiß y J.A. de la Peña. *Auslander-Reiten components for clans*. Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana: Tercera Serie 5.2, 307-326, (1999).
- (4) Sibylle Schroll. *Trivial extensions of gentle algebras and Brauer graph algebras*. Journal of Algebra 444, 183-200, (2015).

Pedro A. Guil Asensio. *Condiciones de extensión de McWilliams y anillos quasi-Frobenius*

MacWilliam probó que todo cuerpo finito tiene la propiedad de la extensión para el peso de Hamming. Este resultado fue posteriormente extendido por Wood, quien caracterizó los anillos finitos quasi-Frobenius como aquellos anillos que satisfacen la propiedad de la extensión de McWilliams. En este trabajo abordamos la cuestión de cuándo un anillo (infinito) de McWilliams es quasi-Frobenius. Probamos que todo anillo 1-McWilliams por la izquierda y perfecto (o noetheriano) por la derecha es quasi-Frobenius, lo que nos permite responder a diferentes cuestiones abiertas planteadas en [1].

- (1) M. C. Iovanov, On infinite MacWilliams rings and minimal injectivity conditions, Proc. Amer. Math. Soc., DOI: 10.1090/proc/15929, por aparecer.

Sonia Trepode. *El álgebra de endomorfismos de un complejo 3-silting y trisecciones en una categoría de módulos*

Trabajo conjunto con Lidia Angeleri Hügel, Università degli Studi di Verona y Marcelo Lanzilotta, Universidad de la República.

En (5) Buan y Zhou estudian el anillo de endomorfismos de un complejo silting de 2 términos al que denominan álgebra silted. En este trabajo muestran que el complejo silting de 2 términos determina un par de torsión escindido en la categoría de módulos del álgebra silted. Finalmente demuestran que estas álgebras silted coinciden con las álgebras de dimensión homológica pequeña (shod) introducidas por Coelho y Lanzilotta, ver (6).

En esta charla consideramos el anillo de endomorfismos de un complejo silting de 3 términos sobre un álgebra hereditaria. Denominamos a estas álgebras 3-silted. Trabajamos sobre la categoría derivada de un álgebra hereditaria e identificamos la categoría de módulos del álgebra 3-silted con el corazón en la categoría derivada de la t-estructura inducida por el complejo silting de 3 términos. Usando el trabajo de Angeleri y Hrbek, ver (4), sabemos que el complejo silting proviene de una cadena de epimorfismos homológicos. Usando la descripción de la t-estructura en término de estos epimorfismos, mostramos que existe una trisección en esta categoría de módulos, una trisección $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ tal que $\text{ind } \Lambda = \mathcal{A} \cup \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$. Esta trisección es separada en el sentido de, ver (1), Alvares, Assem, Coelho, Peña y Trepode;

es decir, si existe un morfismo de \mathcal{A} en \mathcal{C} entonces factoriza por \mathcal{B} . Por otra parte probamos que la subcategoría \mathcal{B} es homológicamente finita. Esta trisección obtenida es un poco más restrictiva que la dada en el trabajo de los mencionados autores.

Teorema. *Sea Λ un álgebra 3-silted. Entonces Λ admite una trisección $(\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C})$ separada donde \mathcal{B} es funtorialmente finita y además se satisface $Ext_{\Lambda}^1(\mathcal{C}, \mathcal{A}) = 0$*

Una pregunta natural es si dada un álgebra con una trisección separada de la forma obtenida, esta trisección proviene de un complejo silted de 3 términos. Pudimos probar que es el caso cuando el álgebra que posee dicha trisección es hereditaria.

Estudiamos las relaciones con álgebras conocidas en la literatura que poseen una trisección separada tales como las álgebras Laura introducidas por Assem y Coelho, ver (2); o las álgebras soportadas introducidas por Assem, Coelho y Trepode, ver (3).

Bibliografía

- (1) E. R. Alvares, I. Assem, F. Coelho, M. I. Peña, and S. Trepode. From trisections to quasi-directed components. *Journal of Algebra and its Applications*. Vol 10 (3) (2011) 409-433.
- (2) I. Assem, F. U. Coelho, Two-sided gluings of tilted algebras, *J. Algebra* 269(2) (2003), 456-479.
- (3) Assem, I, Coelho, F., Trepode, S. The left and the right part of a module category. *J. Algebra* 281 2 (2004) 518-534.
- (4) L. Angeleri Hügel, M. Hrbeck. Parametrizing torsion pairs in derived categories. Preprint.
- (5) Buan, A, Zhou, Y. Silted Algebras. *Adv. Math*, 303 5 (2016) 859-887
- (6) Coelho, F, Lanzilotta, M. Algebras with small homological dimensions. *Manus. Math.* 100 (1999), 1-11