GEOMETRÍA DIFERENCIAL

ORGANIZADA POR: LUIS J. ALÍAS, ADRIÁN ANDRADA, JOSÉ CARLOS DÍAZ-RAMOS, CARLOS OLMOS, GABRIELA P. OVANDO Y RAQUEL VILLACAMPA.

Horario

Jueves 15/12/2022, 12:30–13:00: Marcos Dajczer, *Subvariedades de Kaehler*.
Jueves 15/12/2022, 13:00–13:30: Víctor Sanmartín, *Subvariedades con simetría en espacios simétricos de tipo no compacto*.
Jueves 15/12/2022, 13:30–14:00: Alma L. Albujer, *Simetrías naturales en variedades Kaehler*.
Jueves 15/12/2022, 17:30–18:00: Vicente Muñoz, *Variedades de K-contacto y Sasakianas*.
Jueves 15/12/2022, 18:00–18:30: Adela Latorre, *Existencia de métricas Hermíticas y su relación con la sucesión espectral de Frölicher*.
Jueves 15/12/2022, 18:30–19:00: María Laura Barberis, *Estructuras hipercomplejas en solvariedades casi abelianas*.
Viernes 16/12/2022, 12:30–13:00: Edith Padrón, *Desde los sistemas simplécticos Hamiltonianos a los de Kirillov... y en medio las estructuras de Poisson y de contacto*.
Viernes 16/12/2022, 13:00–13:30: Gil Solanes, *Valoraciones en variedades de Kähler*.
Viernes 16/12/2022, 13:30–14:00: Cristina Draper, *Con ocho basta*.

Resúmenes

Marcos Dajczer. *Subvariedades de Kaehler*
En esta conferencia voy a presentar algunos resultados recientes sobre subvariedades con estructura de Kaehler en espacios ambientes con curvatura seccional constante.

Víctor Sanmartín. *Subvariedades con simetría en espacios simétricos de tipo no compacto*
En esta charla hablaremos de subvariedades de espacios simétricos de tipo no compacto tales como CPC, austeras, homogéneas o isoparamétricas, y analizaremos algunas de las relaciones existentes entre ellas. A continuación, nos centraremos en las nuevas familias de hipersuperficies isoparamétricas que hemos construido para cualquier espacio simétrico de tipo no compacto y rango al menos tres.

Alma L. Albujer. *Simetrías naturales en variedades Kaehler*
En esta charla estudiamos las simetrías naturales en variedades Kaehler: variedades Kaehler con curvatura seccional holomorfa constante, variedades Kaehler semisimétricas y variedades Kaehler holomorfas pseudosimétricas. En particular estudiaremos la relación entre la pseudosimetría holomorfa y la pseudosimetría en el sentido de Deszcz a través de los objetos conocidos como dobles curvaturas de Deszcz.

Finalmente, también estudiaremos las hipersuperficies complejas semisimétricas y holomorfas pseudosimétricas de un espacio forma complejo.

Los resultados presentados en esta charla son parte de un trabajo conjunto con Jorge Alcázar y Magdalena Caballero de la Universidad de Córdoba y se encuentran contenidos en [1] y [2].

1. A. L. Albujer, J. Alcázar y M. Caballero, On the symmetries of a Kaehler manifold. Preprint.
2. A. L. Albujer, J. Alcázar y M. Caballero, Natural symmetries of complex hypersurfaces of a complex space form. Preprint.

Vicente Muñoz. *Variedades de K-contacto y Sasakianas*
Las variedades Sasakianas son análogos en dimensión impar de las variedades de Kähler en dimensión par, siendo las variedades de K-contacto correspondientes a las variedades simplécticas. Es un problema importante el encontrar obstrucciones para que una variedad compacta admita tales tipos de estructuras y, en particular, construir variedades de K-contacto que no admitan estructuras Sasakianas.

Mostraremos la existencia de variedades de K-contacto no Sasakianas de dimensión ≥ 7 usando propiedades topológicas. Es relevante construir ejemplos simplemente conexos. En dimensión 5, el problema se traduce en la construcción de órbifolds simplécticos que no admiten estructuras Kähler con ciertas configuraciones de superficies simpléticas (o curvas complejas) como lugar de ramificación. Daremos el primer ejemplo de una 5-variedad simplemente conexa (variedad de Barden-Smale) que admite una estructura de K-contacto pero no una estructura Sasakiana, resolviendo una pregunta abierta de Boyer y Galicki.

Adela Latorre. *Existencia de métricas Hermíticas y su relación con la sucesión espectral de Frölicher*

Dada una variedad compleja compacta $X = (M, J)$, podemos definir sobre ella diversos invariantes cohomológicos. Entre los más conocidos destacan los grupos de cohomología de De Rham $H^{\bullet}_{\mathrm{dR}}(X, \mathbb{C})$ y los de Dolbeault $H^{\bullet,\bullet}_{\bar{\partial}}(X)$. Mientras que los primeros dependen únicamente de la topología de la variedad diferenciable M subyacente a X, los segundos están ligados a la estructura compleja J. En 1955, Frölicher introduce una sucesión espectral $\{E_r^{\bullet,\bullet}(X)\}_{r\geq 1}$ que permite relacionar las dos cohomologías anteriores. En concreto, se tiene que:

$$H^{\bullet,\bullet}_{\bar{\partial}}(X) \cong E_1^{\bullet,\bullet}(X) \quad \text{y} \quad H^k_{\mathrm{dR}}(X, \mathbb{C}) \cong \bigoplus_{p+q=k} E_\infty^{p,q}(X).$$

Notar que cuando la sucesión degenera en $r \geq 2$, esto es, si X cumple que $E_1^{\bullet,\bullet}(X) \neq E_\infty^{\bullet,\bullet}(X)$ para algún bigrado, esta proporciona nuevos invariantes de la variedad X.

En esta charla estudiaremos el comportamiento de la sucesión espectral de Frölicher para nilvariedades complejas $X = (M, J)$ con J invariante de un cierto tipo llamado "*fuertemente* *no nilpotente*". En particular, analizaremos si existe alguna relación entre la degeneración de la sucesión y la existencia de ciertos tipos de métricas Hermíticas sobre X.

María Laura Barberis. *Estructuras hipercomplejas en solvariedades casi abelianas*

Un grupo de Lie se dice casi abeliano si su álgebra de Lie posee un ideal abeliano de codimensión uno. Obtenemos una descripción de los grupos de Lie casi abelianos que admiten estructuras hipercomplejas invariantes a izquierda y mostramos que la conexión de Obata en este caso es siempre plana. Estudiamos condiciones para la existencia de métricas hiper-Kählerianas con torsión en dichos grupos y determinamos la conexión de Bismut. Realizamos la clasificación de los grupos de Lie hipercomplejos casi abelianos de dimensión 8 y determinamos cuáles de ellos admiten retículos. Probamos que las correspondientes solvariedades de dimensión 8 son nilvariedades o admiten una métrica hiper-Kähleriana plana. Demostramos que toda variedad hiper-Kähleriana plana de dimensión 8 es una solvariedad con una estructura hiper-Kähleriana invariante. Construimos nilvariedades y solvariedades casi abelianas de dimensión $4n$ con n arbitrario.

Trabajo en colaboración con Adrián Andrada.

Edith Padrón. *Desde los sistemas simplécticos Hamiltonianos a los de Kirillov... y en medio las estructuras de Poisson y de contacto*

Presentamos procesos de reducción de un sistema simpléctico Hamiltoniano que posee simetrías estándares por un grupo de Lie y simetrías de reescalado. Veremos cómo en los correspondientes sistemas reducidos aparecen estructuras de Poisson, de contacto, de Jacobi o de Kirillov que nos permiten describir la dinámica reducida como una dinámica Hamiltoniana en un cierto sentido. Estos resultados son un trabajo conjunto con A. Bravetti, S. Grillo y J.C. Marrero.

Gil Solanes. *Valoraciones en variedades de Kähler*
En el marco de la teoría de valoraciones en variedades de Alesker, los funcionales de Lipschitz-Killing generan un álgebra asociada canónicamente a toda variedad de Riemann. En el caso de la esfera y del espacio hiperbólico, esta álgebra coincide con el espacio de valoraciones invariantes por isometrías. Esto implica, por ejemplo, que las álgebras de valoraciones invariantes de la esfera y del espacio euclídeo son isomorfas. En la charla presentaremos un álgebra canónica de valoraciones asociada a cualquier variedad de Kähler [2]. En el proyectivo complejo, esta álgebra coincide con el espacio de valoraciones invariantes por isometrías, lo que da lugar a un isomorfismo canónico entre las álgebras de valoraciones invariantes de los espacios proyectivo y euclídeo complejos. A su vez, esto explica de forma satisfactoria algunos resultados un tanto sorprendentes en geometría integral hermítica [1]. Trabajo conjunto con A. Bernig, J.H.G. Fu y T. Wannerer.

1. A. Bernig, J.H.G. Fu y G. Solanes, Integral geometry of complex space forms. Geom. Funct. Anal. 24 (2014), 403–492.
2. A. Bernig, J.H.G. Fu, G. Solanes y T. Wannerer, The Weyl tube formula for Kähler manifolds, arXiv:2209.05806

Cristina Draper. *Con ocho basta*
En esta charla hablaremos de las descripciones y particularidades de los 8 hijos de $G_2 = \mathrm{Aut}(\mathbb{O})$, o sea, de sus cocientes reductivos. La foto de familia permitiréntender mejor la relación entre ellos.

Este trabajo, conjunto con Francisco Palomo, aparecerá publicado en [2], en homenaje a Alberto Elduque, y está inspirado en la clasificación obtenida en [1].

(Posdata: Si pensamos en el primo no compacto $G_{2,2} = \mathrm{Aut}(\mathbb{O}_s)$, hay que reemplazar *Con ocho basta* por *La gran familia*.)

1. P. Benito, C. Draper y A. Elduque, *Lie-Yamaguti algebras related to* $\mathfrak{g}_2$, J. Pure Appl. Algebra **202** (2005), 22–54.
2. C. Draper y F.J. Palomo, *Reductive homogeneous spaces of the compact Lie group* G_2, aparecerá in Proceedings in Mathematics and Statistics, preprint arXiv:2211.06997.