ANÁLISIS ARMÓNICO Y TEORÍA DE OPERADORES

ORGANIZADA POR: MARÍA JESÚS CARRO Y SHELDY OMBROSI

Horario

Lunes, 15:30–15:50: Luz Roncal, *Weak type maximal operators estimates on the infinite-dimensional torus.*

Lunes, 15:50–16:10: Jorge Antezana, *Marcos y bases de dilataciones enteras.*

Lunes, 16:10–16:30: Lourdes Rodríguez Mesa, *Operadores variación y oscilación en espacios de Morrey-Campanato en el contexto de Schrödinger.*

Lunes, 16:30–16:50: Israel Rivera-Ríos, *Estimaciones con dos pesos para conmutadores iterados.*

Lunes, 17:30–17:50: Virginia Naibo, *Reglas de Leibniz fraccionarias asociadas al operador de Hermite .*

Lunes, 17:50–18:10: Salvador Rodríguez, *Estimaciones extremales para operadores bilineales con símbolo en la clase $BS^m_{1,1}$.*

Lunes, 18:10–18:30: David Beltrán, *Endpoint sparse domination for oscillatory Fourier multipliers.*

Martes, 15:30–15:50: María Lorente, *Desigualdad de Fefferman-Stein en el contexto lateral.*

Martes, 15:50–16:10: Martín Mazzitelli, *Potencias fraccionarias de operadores diferenciales de primer orden y nuevas familias de polinomios asociadas a medidas inversas.*

Martes, 16:10–16:30: Marta de León, *El espectro del problema plasmónico en poliedros en $\mathbb{R}^3$.*

Martes, 16:30–16:50: Rodolfo H. Torres, *Una actualización sobre la compacidad de los conmutadores bilineales.*

Resúmenes

Jorge A. Antezana. *Marcos y bases de dilataciones enteras*

Inspirados por el trabajo de Hedenmalm, Lindqvist and Seip [1], consideramos familias de funciones de la forma

$$\Phi = \{\psi_j(n\,\cdot) : \ j \in J, \ n \in \mathbb{N}\},$$

donde J es un conjunto finito o numerable y las funciones ψ_j están definidas en la recta real. El marco natural de trabajo es el espacio de Hilbert de funciones casi periódicas en el sentido de Besicovitch $\mathcal{B}_2$. De este modo, extendemos los resultados de [1] que corresponden al caso cuando el conjunto J posee cardinal uno. En esta charla mostraremos una caracterización de aquellas familias Φ que forman un marco (resp. base de Riesz) para el subespacio (cerrado) que generan dentro del espacio $\mathcal{B}_2$. Tras presentar las caracterizaciones antes mencionadas, describiremos brevemente las técnicas usadas, las cuales están inspiradas en las que se utilizan en la teoría de subespacios de $L^2(\mathbb{R}^d)$ invariantes por traslaciones. En dicha teoría, una herramienta muy útil es la reducción de los problemas a las denominadas fibras. En nuestro caso, mostraremos que una reducción similar es posible, sólo que ahora cierta estructura holomorfa aparece naturalmente. Veremos cómo esta estructura holomorfa explica ciertas peculiaridades de las familias Φ de dilataciones enteras. Esta charla está basada en un trabajo conjunto con Daniel Carando y Melisa Scotti.

Bibliografía:

(1) H. Hedenmalm, P. Lindqvist, and K. Seip, A Hilbert space of Dirichlet series and systems of dilated functions in $L^2(0,1)$, Duke Math. J., 86(1):1–37, 1997.

David Beltran. *Endpoint sparse domination for oscillatory Fourier multipliers*
Sparse domination was first introduced in the context of Calderón–Zygmund theory. Shortly after, the concept was successfully extended to many other operators in Harmonic Analysis, although many endpoint situations have remained unknown. In this talk, we will present new endpoint sparse bounds for oscillatory and Miyachi-type Fourier multipliers using Hardy space techniques. The results can be extended to more general dilation-invariant classes of multiplier transformations.

This is joint work with Joris Roos and Andreas Seeger.

Marta de León-Contreras. *El espectro del problema plasmónico en poliedros en $\mathbb{R}^3$.*
En esta charla hablaremos de cómo obtener el espectro del problema plasmónico en poliedros Ω en $\mathbb{R}^3$, donde el problema plasmónico consiste en buscar un potencial U,

$$U(x) = o(1), \qquad |x| \to \infty,$$

tal que

$$\Delta U(x) = 0, \qquad x \in \mathbb{R}^3 \setminus \partial\Omega,$$

y cumple que

$$\mathrm{Tr}_+ U = \mathrm{Tr}_- U, \qquad \epsilon \left(\frac{\partial}{\partial n} U\right)_+ - \left(\frac{\partial}{\partial n} U\right)_- = g \quad \text{ en } \partial\Omega.$$

Aquí, $\mathrm{Tr}_\pm U$ y $\left(\frac{\partial}{\partial n} U\right)_\pm$ denotan las trazas interiores y exteriores a la frontera $\partial\Omega$. Para ello, interpretaremos el problema plasmónico como un problema espectral a través de un operador integral en la frontera, el valor directo del potencial de capa doble (double layer potential), también conocido como el operador de **Neumann–Poincaré**. Por tanto, estudiaremos la estructura espectral del double layer potential para conos infinitos poliédricos y después usaremos técnicas de localización para obtener resultados para poliedros acotados.

María Lorente, Universidad de Málaga.
Desigualdad de Fefferman-Stein en el contexto lateral.
En [1] Riveros y de la Torre introducen la clase de pesos C_p^+. Un peso w pertenece a esta clase si existe $\varepsilon > 0$ tal que para cualesquiera $a < b < c$ y todo medible $E \subset (a,b)$ se cumple que

$$\int_E w \lesssim \left(\frac{|E|}{c-b}\right)^{\varepsilon} \int_{\mathbb{R}} (M^+\chi_{(a,c)})^p w\,.$$

Esta es la versión lateral de la clase C_p estudiada primeramente por Muckenhoupt y Sawyer.

En esta charla presentamos la siguiente desigualdad de Fefferman-Stein en el contexto lateral: si $1 < p < q < \infty$ y $w \in C_q^+$ entonces para funciones f apropiadas

$$||M^+f||_{L^p(w)} \lesssim ||M^{\sharp,+}f||_{L^p(w)}\,, \tag{1}$$

y si esta desigualdad se da entonces $w \in C_p^+$. Esta es la versión lateral del resultado de Yabuta en [2]. Como aplicación obtenemos estimaciones de tipo Coifman-Fefferman con pesos en las clases C_q^+ para otros muchos operadores laterales.

Los resultados presentados forman parte de un trabajo conjunto con I.P. Rivera-Ríos y F.J. Martín-Reyes.

Bibliografía:

[1] Riveros, M. S.; de la Torre, A. Norm inequalities relating one-sided singular integrals and the one-sided maximal function. J. Austral. Math. Soc. Ser. A 69 (2000), no. 3, 403–414.

[2] Yabuta, K. Sharp maximal function and C_p condition. Arch. Math. (Basel) 55 (1990), no. 2, 151–155.

Martín Mazzitelli. *Potencias fraccionarias de operadores diferenciales de primer orden y nuevas familias de polinomios asociadas a medidas inversas.*
En esta charla definiremos, utilizando el lenguaje de semigrupos, las potencias fraccionarias de operadores diferenciales de la forma

$$Au = u' + a(x)u$$

(donde $a\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función continua) y discutiremos condiciones precisas sobre u para que estos operadores estén bien definidos. En particular, veremos que el estudio de espacios de Lebesgue y Sobolev con medidas *inversas* (como la medida Gaussiana inversa) juega un rol fundamental en el estudio de potencias fraccionarias de operadores diferenciales de primer orden. Los resultados que veremos complementan el estudio de potencias fraccionarias de la derivada primera, en la misma línea de los trabajos [1, 2]. Motivados por estos resultados, definiremos familias de polinomios asociadas a medidas inversas y veremos algunas caracterizaciones de las mismas a partir de fórmulas de Rodrigues y relaciones de recurrencia.

Los resultados que veremos en esta charla, forman parte de un trabajo en conjunto con Pablo Raúl Stinga y José Luis Torrea.

Bibliografía:

(1) A. Bernardis, F. J. Martín-Reyes, P. R. Stinga and J. L. Torrea, Maximum principles, extension problem and inversion for nonlocal one-sided equations, *J. Differential Equations* **260** (2016), 6333–6362.

(2) P. R. Stinga and M. Vaughan, One-sided fractional derivatives, fractional laplacians, and weighted Sobolev spaces, *Nonlinear Anal.* **193** (2020), 111505, 29 pp.

Virginia Naibo. *Reglas de Leibniz fraccionarias asociadas al operador de Hermite*
Se presentarán reglas de Leibniz fraccionarias en el contexto de espacios de Besov y Triebel-Lizorkin asociados al operador de Hermite. Como consecuencia, se obtiene que la clase de funciones acotadas en dichos espacios (que incluyen los espacios de Sobolev y Hardy-Sobolev asociados al operador de Hermite) constituyen álgebras bajo la multiplicación puntual. Las pruebas de los resultados incluyen el desarrollo de descomposiciones apropiadas para pseudo-multiplicadores bilineales y estimaciones moleculares para ciertas familias de funciones en el contexto de Hermite.

Bibliografía:

(1) Fu Ken Ly and Virginia Naibo. Fractional Leibniz Rules Associated to Bilinear Hermite Pseudo-Multipliers. *International Mathematics Research Notices*, 2022. https://doi.org/10.1093/imrn/rnac020

Israel P. Rivera-Ríos. *Estimaciones con dos pesos para conmutadores iterados*
En esta charla presentaremos algunos resultados recientes relativos a estimaciones con dos pesos para conmutadores de Coifman, Rochberg y Weiss iterados.

Bibliografía:

(1) Lerner, Andrei K.; Ombrosi, Sheldy; Rivera-Ríos, Israel P.; On two weight estimates for iterated commutators. J. Funct. Anal. 281 (2021), no. 8, 109153.

Salvador Rodriguez-Lopez. *Estimaciones extremales para operadores bilineales con símbolo en la clase $BS^m_{1,1}$*
En esta charla presentaremos algunos resultados extremales para operadores bilineales pseud-differenciales con simbolos en la clase $BS^m_{1,1}$, actuando sobre funciones en espacios de Triebel-Lizorkin, y ciertos subespacios de bmo.

Es conocido que para $1 < p, q \leq \infty$, el espacio $F^{n/p}_{p,q}(\mathbb{R}^n)$ no es una álgebra multiplicativa, y el embedding the Sobolev classico establece que $F^{n/p}_{p,q}(\mathbb{R}^n) \subset \mathrm{bmo}(\mathbb{R}^n)$. Como resultado de un refinamiento del embedding de Sobolev, presentaremos una aplicación de las estimaciones bilineales obtenidas, a establecer que el producto de funciones en los espacios $F^{n/p}_{p,q}(\mathbb{R}^n)$ es logaritmicamente sub-óptimo, en el sentido que

$$F^{\frac{n}{p}}_{p,q}(\mathbb{R}^n) \cdot F^{\frac{n}{p}}_{p,q}(\mathbb{R}^n) \subset F^{\frac{n}{p},-\frac{1}{p'}}_{p,q}(\mathbb{R}^n),$$

donde $F^{\frac{n}{p},-\frac{1}{p'}}_{p,q}(\mathbb{R}^n)$ es el espacio de Triebel-Lizorkin de regularidad logarítmica, y p' es el exponente de Hölder conjugado. Mostraremos como, en un cierto sentido, los resultados obtenidos son sharp.

Éste trabajo es en colaboración con Sergi Arias (Stockholm University).

Lourdes Rodríguez Mesa. *Operadores variación y oscilación en espacios de Morrey-Campanato en el contexto de Schrödinger*
Consideramos el operador de Schrödinger $\mathcal{L} = -\Delta + V$ donde el potencial V satisface una desigualdad de Hölder inversa. Abordamos la acotación en espacios de Morrey-Campanato con pesos para los operadores variación y oscilación relativos al semigrupo $\{T_t\}_{t>0}$, siendo $T_t = t^k \partial_t^k W_t^{\mathcal{L}}$, $t > 0$, $(k \in \mathbb{N})$. Aquí, como es usual, $\{W_t^{\mathcal{L}}\}_{t>0}$ denota el semigrupo del calor asociado al operador $\mathcal{L}$.

Los resultados que se presentan en esta charla han sido obtenidos en colaboración con los profesores Víctor Almeida, Jorge J. Betancor y Juan C. Fariña (Universidad de La Laguna).

Luz Roncal. *Weak type maximal operators estimates on the infinite-dimensional torus.*
We prove necessary and sufficient conditions for the weak-L^p boundedness, for $p \in (1, \infty)$, of a maximal operator on the infinite-dimensional torus. In the endpoint case $p = 1$ we obtain a modular type inequality which resembles the weak type bound for the classical strong maximal function near L^1. Our results are quantitatively sharp.

This is joint work with Dariusz Kosz and Guillermo Rey.

Rodolfo H. Torres. *Una actualización sobre la compacidad de los conmutadores bilineales*
Comenzando con algunos resultados establecidos y continuando con algunos avances recientes en el estudio de la compacidad de los conmutadores de integrales singulares bilineales con multiplicación puntual, presentaremos un nuevo resultado relacionado con el conmutador con la transformada bilineal de Hilbert el cual es trabajo en colaboración con Árpad Bényi.
