ANÁLISIS COMPLEJO Y TEORÍA DE OPERADORES

ORGANIZADA POR: JORGE ANTEZANA, DANIEL GIRELA Y NOEL MERCHÁN

Horario

Jueves, 15/12/2022, 15:31–15:51: Manuel Contreras, *Semigrupos de operadores de composición en espacios de Hardy de series de Dirichlet.*

Jueves, 15/12/2022, 15:54–16:14: Maximiliano Contino, *Relaciones lineales idempotentes.*

Jueves, 15/12/2022, 16:17–16:37: Elena de la Rosa, *Operador de tipo Hilbert inducido por un peso radial en espacios de Hardy.*

Jueves, 15/12/2022, 16:40–17:00: María José Martín, *Sobre las aplicaciones armónicas convexas.*

Viernes, 16/12/2022, 12:01–12:21: Diana Agustina Carbajal, *Subespacios reductores e invariantes de dos operadores de desplazamiento.*

Viernes, 16/12/2022, 12:24–12:44: Felipe Marceca, *Desviación espectral de operadores de concentración para la transformada de Fourier de tiempo corto.*

Viernes, 16/12/2022, 12:47–13:07: Dani Santacreu, *Compact weighted composition operators on spaces of holomorphic functions on Banach spaces.*

Viernes, 16/12/2022, 13:10–13:30: Óscar Blasco, *Cesàro-type operators on Hardy spaces.*

Resúmenes

Manuel Contreras. *Semigrupos de operadores de composición en espacios de Hardy de series de Dirichlet.*

Denotemos por $\mathbb{C}_+ := \{w \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} w > 0\}$ al semiplano derecho del plano complejo. Consideremos semigroups continuos de funciones holomorfas $\{\Phi_t\}_{t\geq 0}$ en la llamada *clase de Gordon-Hedenmalm* $\mathcal{G}$, esto es, la familia de funciones holomorfas $\Phi : \mathbb{C}_+ \to \mathbb{C}_+$ que son símbolos de operadores de composición acotados en el espacio de Hardy de series de Dirichlet $\mathcal{H}^2$. En esta conferencia mostraremos que hay una correspondencia uno a uno entre semigrupos continuos $\{\Phi_t\}_{t\geq 0}$ en la clase $\mathcal{G}$ y los semigrupos de operadores de composición fuertemente continuos $\{T_t\}_{t\geq 0}$ en $\mathcal{H}^2$, donde $T_t(f) = f \circ \Phi_t$, $f \in \mathcal{H}^2$. Mostraremos ejemplos no elementales de tales semigrupos y caracterizaremos los generadores infinitesimales de semigrupos continuos en la clase $\mathcal{G}$ como aquellas series de Dirichlet que llevan $\mathbb{C}_+$ en su claurura.

Al final de la conferencia, comentaremos que estos resultados se extienden al rango $p \in [1, \infty)$. Para el caso $p = \infty$, mostraremos que no hay semigrupos fuertemente continuos de operadores de composición en $\mathcal{H}^\infty$.

El contenido de esta conferencia es parte de un trabajo conjunto con Carlos Gómez-Cabello y Luis Rodríguez-Piazza.

Maximiliano Contino. *Relaciones lineales idempotentes.*

Un operador lineal E se dice una *proyección* si $E^2 = E$, es decir, si ran $E \subseteq$ dom E (el rango y domino de E, respectivamente) y $E^2x = Ex$ para cada $x \in$ dom E. Dada una proyección E, si $\mathcal{M} :=$ ran E y $\mathcal{N} :=$ ker E (el núcleo de E) entonces

$$(1)\ \mathcal{M} \subseteq \text{dom } E, \text{y } (2)\ \mathcal{M} \cap \mathcal{N} = \{0\}.$$

Ôta mostró que toda proyección E queda totalmente determinada por su rango y su núcleo. Cross y Wilcox y por su parte Labrousse, estudiaron relaciones lineales E que satisfacen la condición (1) y tales que $E^2 = E$, las llamadas *proyecciones multivaluadas* (o *semi-proyecciones*). Las proyecciones multivaluadas también quedan totalmente caracterizadas por su rango y su núcleo y en este caso, la parte multivaluada de E es mul $E = \mathcal{M} \cap \mathcal{N}$. Entonces una proyección multivaluada es una proyección si y sólo si (2) vale.

Si además de la condición (2) eliminamos la condición (1), obtenemos las denominadas *relaciones lineales idempotentes*, es decir, aquellas relaciones lineales E que cumplen $E^2 = E$. En esta charla se presentarán caracterizaciones de esta clase de relaciones lineales y se mostrará que una terna de subespacios es necesaria para caracterizar totalmente un idempotente multivaluado: $(\text{ran } E, \text{ran}(I-E), \text{dom } E)$, o equivalentemente $(\ker(I-E), \ker E, \text{mul } E)$. También se expondrán resultados referidos a la clausura y al adjunto de las relaciones lineales idempotentes y se caracterizarán aquellos idempotentes que resultan cerrados.

Los resultados a presentar forman parte de un trabajo realizado en colaboración con M. L. Arias, A. Maestripieri y S. Marcantognini.

Elena de la Rosa. *Operador de tipo Hilbert inducido por un peso radial en espacios de Hardy.*

Consideramos el operador de tipo Hilbert definido por

$$H_\omega(f)(z) = \int_0^1 f(t) \left(\frac{1}{z} \int_0^z B_t^\omega(u)\, du \right) \omega(t) dt,$$

donde $\{B_\zeta^\omega\}_{\zeta \in \mathbb{D}}$ son los núcleos reproductores del espacio de Bergman A_ω^2 inducido por el peso radial ω en el disco unidad complejo $\mathbb{D}$. Demostramos que H_ω es acotado en el espacio de Hardy H^p, $1 < p < \infty$, si y solo si

$$(\dagger) \qquad \sup_{0 \le r < 1} \frac{\widehat{\omega}(r)}{\widehat{\omega}\left(\frac{1+r}{2}\right)} < \infty$$

y

$$\sup_{0<r<1} \left(\int_0^r \frac{1}{\widehat{\omega}(t)^p} dt \right)^{\frac{1}{p}} \left(\int_r^1 \left(\frac{\widehat{\omega}(t)}{1-t} \right)^{p'} dt \right)^{\frac{1}{p'}} < \infty,$$

donde $\widehat{\omega}(r) = \int_r^1 \omega(s)\, ds$. Si ω es un peso radial que satisface la condición doblante $(\dagger)$ se dice que ω pertenece a la clase de pesos $\widehat{\mathcal{D}}$.

También demostramos que $H_\omega : H^1 \to H^1$ es acotado si y solo si $\omega \in \widehat{\mathcal{D}}$ y

$$\sup_{0 \le r < 1} \frac{\widehat{\omega}(r)}{1-r} \left(\int_0^r \frac{ds}{\widehat{\omega}(s)} \right) < \infty.$$

En cuanto a $p = \infty$, H_ω es acotado de H^∞ a BMOA, o al espacio de Bloch si y solo $\omega \in \widehat{\mathcal{D}}$.

References

[1] J. A Peláez, E. de la Rosa, Hilbert-type operator induced by radial weight. *J. Math. Anal. Appl.* 495 (2021), no. 1, Paper No. 124689, 22 pp.

[2] N. Merchán, J. A Peláez and E. de la Rosa, Hilbert-type operator induced by radial weight on Hardy spaces, submitted preprint: https://arxiv.org/abs/2207.14605

María José Martín. *Sobre las aplicaciones armónicas convexas.*

Una aplicación armónica en el disco unidad $\mathbb{D}$ es una función armónica con valores complejos cuyas partes real e imaginaria no son necesariamente conjugadas.

En esta charla, revisaremos distintas propiedades de las aplicaciones armónicas f en el disco unidad que son convexas, es decir, que verifican que $f(\mathbb{D})$ es un conjunto convexo del plano. Se presentan resultados recientes y se plantean otras preguntas relacionadas con este tipo de funciones, aún por resolver.

Trabajo conjunto con R. Hernández y I. Efraimidis.

Diana Agustina Carbajal. *Subespacios reductores e invariantes de dos operadores de desplazamiento.*

Los subespacios invariantes por el operador de desplazamiento fueron ampliamente estudiados por muchos autores. El celebrado teorema de Beurling-Lax-Halmos brinda una caracterización de los subespacios invariantes por el operador de desplazamiento unilateral actuando sobre un espacio de Hardy con multiplicidad (esto es, el espacio de Hardy $H^2_{\mathcal{K}}$ de funciones $\mathcal{K}$-valuadas, donde $\mathcal{K}$ es un espacio de Hilbert). Por otro lado, los subespacios reductores del operador de desplazamiento bilateral actuando sobre $L^2(\mathbb{T}, \mathcal{K})$ (el espacio de funciones $\mathcal{K}$-valuadas cuadrado integrables) fueron estudiados por Helson, quien introdujo una caracterización de los mismos mediante el concepto de función rango.

En esta charla, presentaremos un trabajo realizado en conjunto con Alejandra Aguilera, Carlos Cabrelli y Victoria Paternostro, donde investigamos una caracterización de los subespacios de $L^2(\mathbb{T}, H^2_{\mathcal{K}})$ que son reductores del operador de desplazamiento bilateral y a su vez invariantes (o reductores) por el operador de desplazamiento unilateral actuando localmente. Los resultados obtenidos se asemejan a los de Beurling-Lax-Halmos y Helson. La motivación por estudiar estos espacios proviene de un problema de muestreo dinámico en espacios invariantes por traslaciones.

Felipe Marceca. *Desviación espectral de operadores de concentración para la transformada de Fourier de tiempo corto.*

El principio de incertidumbre de Heisenberg impide que una función esté soportada tanto en tiempo como en frecuencia en un dominio compacto. Sin embargo, los operadores de concentración en tiempo-frecuencia permiten sortear este obstáculo y localizar la mayor parte de una función en cierto compacto de interés. En esta charla daremos estimaciones de la desviación entre la cantidad de autovalores mayores que cierto umbral y la medida del dominio, lo cual mide el nivel de concentración. Para ello, presentaremos cotas para las normas Schatten de operadores de Hankel asociados.

Dani Santacreu Ferrà. *Compact weighted composition operators on spaces of holomorphic functions on Banach spaces.*

Given an infinite dimensional Banach space X and its open unit ball B, we study when the weighted composition operator $C_{\psi,\varphi}$ is compact in the space of all bounded analytic functions $H^\infty(B)$, and when it is bounded, reflexive, Montel and (weakly) compact in the space of analytic functions of bounded type $H_b(B)$. The study is given in terms of properties of the weight ψ and the symbol φ.

Joint work with José Bonet, David Jornet and Pablo Sevilla-Peris.

Óscar Blasco. *Cesàro-type operators on Hardy spaces.*

Given a complex Borel measure $\eta \in M([0,1))$, we study the boundedness of the Cesàro-type operator $\mathcal{C}_\eta$ given by $\mathcal{C}_\eta(f)(z) = \sum_{n=0}^{\infty}(\int_0^1 t^n d\eta(t))(\sum_{k=0}^{\infty} a_k)z^n$, where $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$, acting on Hardy spaces, $BMOA$ and $Bloch$. We recover the recent results achieved for positive measures in [2]. We also solve the question that was left open in that paper and show that $C_\mu(H^\infty(\mathbb{D})) \subset BMOA$ whenever μ is a positive Carleson measure on $[0,1)$.

References

[1] Blasco, O. Cesàro type operators on Hardy spaces, Submitted.

[2] Ganalopoulos, P., Girela, D., Merchan, N. Cesàro-like operators acting on spaces of analytic functions, *Anal. Math. Phys.* **12** (51), 2022.